

Nr 98/2017, 202–209
ISSN 1644-1818
e-ISSN 2451-2486

ZASTOSOWANIE METOD NUMERYCZNYCH DO BADANIA ROZKŁADÓW PRAWDOPODOBIEŃSTW SYGNAŁÓW ZAKŁÓCAJĄCYCH

USE OF NUMERICAL METHODS IN INVESTIGATION OF PROBABILITY DISTRIBUTION OF DISTURBING SIGNALS

Krystyna Maria Noga

Akademia Morska w Gdyni, Morska 81–87, 81-581 Gdynia, Wydział Elektryczny,
Katedra Automatyki Okrętowej, Gdynia, Poland, e-mail: k.noga@we.am.gdynia.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono wyniki badań rozkładu obwiedni sygnału radiowego emitowanego w rzeczywistym środowisku miejskim. W analizie zostały uwzględnione rozkłady Rice'a oraz Nakagamięgo. Obliczono wartości parametrów analizowanych rozkładów, przedstawiono także histogramy obwiedni sygnałów odebranych.

Słowa kluczowe: kanał radiokomunikacyjny, pomiary, gęstość prawdopodobieństwa obwiedni.

Abstract: The paper presents results of investigations of distribution of the envelope of a signal emitted in the real urban environment. Rician and Nakagami distributions are considered in the analysis. The investigation is aimed to obtain information about statistical properties of transmitted signal. The parameters of analyzed distribution are counted. The histograms of the envelope of signals were also presented.

Keywords: radio communication channel, measurements, distribution of envelopes.

1. WSTĘP

Rozwój systemów cyfrowej radiokomunikacji wymusza konieczność opracowywania nowych urządzeń, które realizują nowe usługi oraz spełniają coraz większe wymagania użytkowników. Wdrożenie nowych systemów wymaga wielu badań, które są realizowane również z wykorzystaniem metod symulacyjnych. Ważnym zagadnieniem jest opracowanie modelu kanału propagacyjnego z uwzględnieniem szeregu zjawisk decydujących m.in. o jakości transmisji, dlatego projektowanie nowych urządzeń wymaga precyzyjnego opisu zjawisk propagacyjnych, w tym przede wszystkim opisu sygnałów zakłócających. W praktyce do opisu sygnałów najczęściej wykorzystuje się rozkład prawdopodobieństwa obwiedni, momenty

k -tego rzędu. W artykule przedstawiono wyniki badań rozkładu obwiedni sygnału radiowego emitowanego w rzeczywistym środowisku miejskim w nielicencjonowanym paśmie ISM 2,4 GHz (ang. *Industrial, Scientific, Medical*).

2. OPIS SYGNAŁU ODEBRANEGO

Sygnał nadany $u(t)$ podczas przesyłania przez kanał radiokomunikacyjny podlega losowym zakłóceniom multiplikatywnym $k(t)$ oraz addytywnym $n(t)$. Sygnał $y(t)$ odbierany przez odbiornik należy traktować jako sumę sygnału użytecznego $s(t)$ oraz zakłócenia addytywnego (szumu gaussowskiego) $n(t)$, czyli [Wojnar 1988]:

$$y(t) = s(t) + n(t) = k(t) \cdot u(t) + n(t) = r(t) \cos[\omega_o t + \phi(t)] + n(t), \quad -\infty < t < \infty \quad (1)$$

gdzie $r(t) \geq 0$, $\phi(t)$ i ω_o jest odpowiednio obwiednią, fazą chwilową i pulsacją chwilową sygnału użytecznego.

W artykule przedstawiono wyniki badań rozkładu obwiedni sygnału, przy czym w analizie uwzględniono rozkłady Nakagamiiego oraz Rice'a.

Gęstość prawdopodobieństwa (ang. *probability density function*, pdf) rozkładu Rice'a zmiennej losowej reprezentującej obwiednię sygnału użytecznego $s(t)$ opisuje wzór [Wojnar 1988]:

$$p(r) = \frac{r}{\sigma_{sz}^2} \exp[-(r^2 + a^2) / 2\sigma_{sz}^2] I_o(ar / \sigma_{sz}^2) \quad (2)$$

gdzie:

- a – amplituda składowej bezpośredniej sygnału użytecznego $s(t)$,
- σ_{sz}^2 – moc średnia składowej o normalnym rozkładzie wartości chwilowej i zerowej wartości średniej,
- $I_o(\alpha)$ – zmodyfikowana funkcja Bessela pierwszego rodzaju rzędu zerowego.

Dla $a = 0$ rozkład Rice'a przechodzi w rozkład Rayleigha [Wojnar 1988].

Wartość średnią kwadratu obwiedni o rozkładzie Rice'a można obliczyć na podstawie wzoru:

$$E(r^2) = a^2 + 2 \sigma_{sz}^2 \quad (3)$$

Gęstość prawdopodobieństwa rozkładu Nakagamiiego, opisująca obwiednię $r(t)$, określona jest zależnością:

$$p(r) = \frac{2}{\Gamma(m)} (m / \Omega)^m r^{2m-1} \exp(-m r^2 / \Omega) \quad (4)$$

gdzie:

- Ω – średnia moc sygnału,
- m – głębokość zaników,

przy czym:

$$\Omega = E(r^2) \quad (4.1)$$

$$m = \Omega^2 / \text{Var}(r^2) \geq 0,5 \quad (4.2)$$

gdzie:

$E(*)$ – uśrednianie statystyczne,

$\text{Var}(*)$ – wariancja,

$\Gamma(m)$ – funkcja gamma.

W szczególności dla $m=1$ rozkład Nakagamię staje się rozkładem Rayleigha [Wojnar 1988].

Poniższe zależności (5.1) i (5.2) umożliwiają określenie parametrów rozkładu Rice'a na podstawie znajomości parametrów rozkładu Nakagamię:

$$a^2 = (\Omega \sqrt{m^2 - m}) / m \quad (5.1)$$

$$\sigma_{sz}^2 = 0.5 (\Omega - a^2) \quad (5.2)$$

Zależności (4.1) i (4.2), umożliwiające obliczenie parametrów rozkładu Nakagamię, wymagają znajomości momentów rzędu drugiego obwiedni. Nieco inne sposoby, oparte m.in. na maksymalizacji funkcji wiarygodności, zostały przedstawione w przeglądowej pracy [Noga i Studański 2016]. Dla aproksymacji pierwszego rzędu funkcji psi Eulera $\Psi(m)$, tj. dla $\Psi(m) = \ln(m) - 1/(2m)$, w pracy [Cheng i Beaulieu 2001] uzyskano estymator parametru m , określony jako:

$$\hat{m}_1 = 1 / (2 \Delta), \quad \text{gdzie } \Delta = \ln[(\sum_{i=1}^N r_i^2) / N] - (\sum_{i=1}^N \ln r_i^2) / N \quad (6)$$

Natomiast dla aproksymacji drugiego rzędu, tj. dla $\Psi(m) = \ln(m) - 1/(2m) - 1/(12 m^2)$, uzyskano:

$$\hat{m}_2 = (6 + \sqrt{36 + 48 \Delta}) / (24 \Delta) \quad (7)$$

Ponadto w pracy [Abdi i Kavesh 2000] przedstawiono m.in. estymator znormalizowany określony jako:

$$\hat{m}_{zn} = \hat{\mu}_2^2 / (\hat{\mu}_4 - \hat{\mu}_2^2), \quad \text{gdzie } \hat{\mu}_k = (\sum_{i=1}^N r_i^k) / N = E(r^k) \quad (8)$$

Inną postać estymatora parametru m przedstawiono w pracy [Wang, Song, i Cheng 2012], przy czym do jego obliczeń wykorzystano iloraz momentu trzeciego i pierwszego rzędu. Po przekształceniach otrzymano następującą postać estymatora:

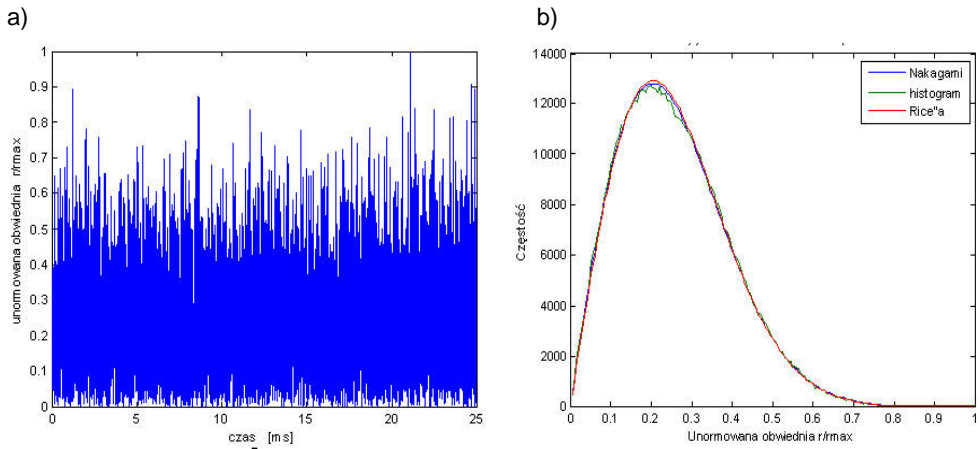
$$\hat{m}_t = \hat{\mu}_1 \hat{\mu}_2 / [2 (\hat{\mu}_3 - \hat{\mu}_1 \hat{\mu}_2)] \quad (9)$$

3. WYNIKI BADAŃ

Opis stanowiska pomiarowego przedstawiono w pracy [Studański i Noga 2016]. Emitowany sygnał z modulacją BFSK (ang. *Binary Phase Shift Keying*), o częstotliwości środkowej 2,44 GHz, był sumą 30 składowych sinusoidalnych, rozmieszczonych symetrycznie względem częstotliwości środkowej, ze stałym odstępem częstotliwości, wynoszącym 2 MHz. Sygnał odebrany na wyjściu odbiornika próbkowano z szybkością 100 MSa/s. Moduł obwiedni sygnału odebranego został unormowany względem wartości maksymalnej. Następnie wyznaczono podstawowe parametry statystyczne, np. wartość średnią, odchylenie standardowe. Parametry te oraz procedury numeryczne środowiska Matlab [*Matlab – the Language of Technical Computing, version R2012a*] zostały wykorzystane do wyznaczania parametrów rozkładów gęstości prawdopodobieństwa opisujących obwiednię. Po wykonaniu pomiarów analizowano histogramy obwiedni dla poszczególnych składowych oraz estymowano je za pomocą rozkładów gęstości prawdopodobieństwa Nakagamię i Rice'a.

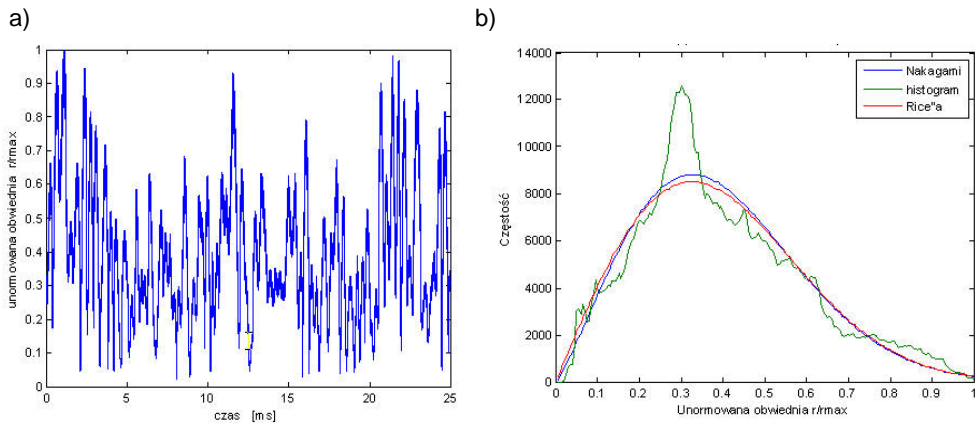
Na rysunku 1 przedstawiono obwiednię i rozkłady Nakagamię, Rice'a oraz histogram dla pierwszej składowej dla szerokości pasma 160 kHz; dla składowej dziesiątej przebiegi niewiele się różnią, dlatego je pominięto. Natomiast na rysunkach 2 i 3 przedstawiono obwiednię i rozkłady Nakagamię, Rice'a oraz histogram dla szerokości pasma 4 kHz, odpowiednio dla składowej pierwszej oraz dziesiątej.

Zarejestrowane wyniki pomiarowe wykorzystano do obliczeń parametrów rozkładów Nakagamię i Rice'a dla składowych, od 1 do 10, sygnału nadawanego, które wydzielono w paśmie o szerokości 160 kHz (tab. 1) oraz 4 kHz (tab. 2). Do obliczeń parametrów analizowanych rozkładów obwiedni wykorzystano m.in. funkcję *Fitdist* dostępną w pakiecie Matlab [*Matlab – the Language of Technical Computing, version R2012a*], która umożliwia wybór rozkładu gęstości prawdopodobieństwa dla określonych danych pomiarowych.



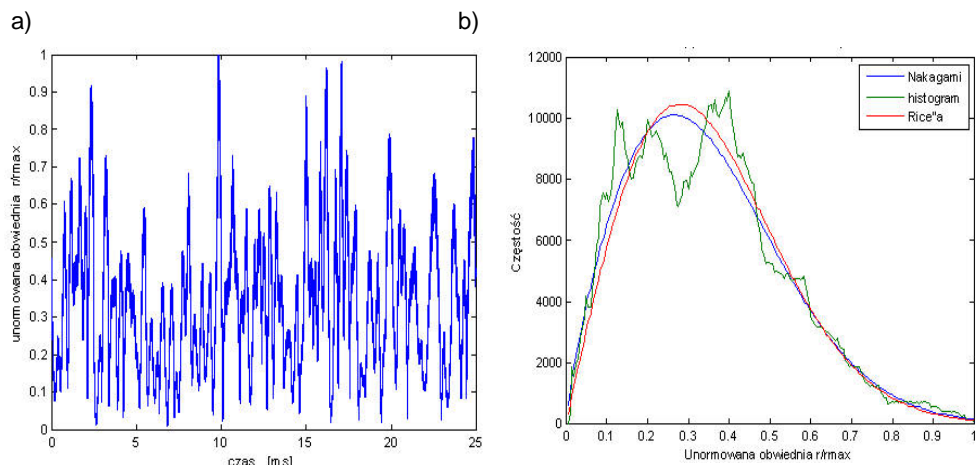
Rys. 1. Składowa pierwsza dla szerokości pasma 160 kHz: a) obwiednia, b) histogram i pdfs

Fig. 1. The first component for 160 kHz bandwidth: a) the envelope, b) histogram and pdfs



Rys. 2. Składowa pierwsza dla szerokości pasma 4 kHz: a) obwiednia, b) histogram i pdfs

Fig. 2. The first component for 4 kHz bandwidth: a) the envelope, b) histogram and pdfs



Rys. 3. Składowa dziesiąta dla szerokości pasma 4 kHz: a) obwiednia, b) histogram i pdfs

Fig. 3. The 10th component for 4 kHz bandwidth: a) the envelope, b) histogram and pdfs

Tabela 1. Parametry rozkładu Nakagamiego oraz Rice'a dla szerokości pasma 160 kHz

Table 1. The parameters of Nakagami and Rice'a distribution for 160 kHz bandwidth

Numer składowej	Rozkład Nakagamiego						Rozkład Rice'a					
	parametr m						parametr Ω		parametr a		parametr σ_{sz}	
	Wzór (4.2)	wzór (6)	wzór (7)	wzór (8)	wzór (9)	fitdist	wzór (4.1)	fitdist	wzór (5.1)	fitdist	Wzór (5.2)	fitdist
1	0.993	0.847	0.990	0.993	0.987	0.981	0.084	0.084	0.00	0.001	0.205	0.205
2	0.987	0.859	1.002	0.987	0.988	0.992	0.093	0.093	0.00	0.001	0.215	0.215
3	0.962	0.845	0.987	0.962	0.961	0.978	0.107	0.107	0.00	0.015	0.231	0.231
4	0.978	0.838	0.980	0.978	0.971	0.970	0.100	0.100	0.00	0.008	0.223	0.223
5	0.967	0.852	0.995	0.967	0.972	0.985	0.083	0.083	0.00	0.000	0.204	0.204
6	0.930	0.844	0.986	0.930	0.949	0.977	0.066	0.066	0.00	0.016	0.182	0.181
7	0.934	0.850	0.993	0.934	0.953	0.983	0.087	0.087	0.00	0.003	0.208	0.208
8	0.976	0.851	0.993	0.976	0.981	0.984	0.085	0.085	0.00	0.001	0.206	0.206
9	0.989	0.867	1.010	0.989	0.990	1.010	0.087	0.087	0.00	0.003	0.208	0.208
10	0.956	0.860	1.003	0.959	0.973	0.994	0.087	0.087	0.00	0.003	0.208	0.208

Tabela 2. Parametry rozkładu Nakagamiego oraz Rice'a dla pasma szerokości 4 kHz
Table 2. The parameters of Nakagami and Rician distribution for 4 kHz bandwidth

Numer składowej	Rozkład Nakagamiego								Rozkład Rice'a			
	parametr m						parametr Ω		parametr a		parametr σ_{sz}	
	Wzór (4.2)	wzór (6)	Wzór (7)	Wzór (8)	Wzór (9)	fitdist	Wzór (4.1)	fitdist	wzór (5.1)	fitdist	Wzór (5.2)	fitdist
1	1.087	0.958	1.103	1.087	1.074	1.095	0.197	0.197	0.236	0.001	0.266	0.270
2	0.727	0.755	0.775	0.727	0.788	0.885	0.104	0.104	0.000	0.001	0.228	0.228
3	1.065	0.890	0.890	1.0654	1.044	1.024	0.165	0.165	0.202	0.015	0.249	0.241
4	0.840	0.917	0.917	0.840	0.899	1.053	0.142	0.142	0.000	0.008	0.267	0.267
5	1.058	0.934	0.934	1.058	1.072	1.069	0.148	0.148	0.186	0.000	0.238	0.227
6	0.870	0.777	0.777	0.870	0.867	0.907	0.155	0.155	0.000	0.016	0.279	0.279
7	1.146	0.862	0.862	1.146	1.063	0.996	0.165	0.165	0.243	0.003	0.230	0.246
8	1.026	0.963	1.208	1.026	1.040	1.010	0.164	0.164	0.161	0.001	0.263	0.261
9	0.849	0.802	0.943	0.849	0.865	0.933	0.121	0.121	0.000	0.003	0.246	0.246
10	0.952	0.775	0.916	0.952	0.926	0.905	0.157	0.157	0.000	0.003	0.280	0.280

4. PODSUMOWANIE

Z danych przedstawionych w tabelach 1 i 2 wynika, że parametr m rozkładu Nakagamiego dla analizowanych składowych sygnału emitowanego jest bliski jedności. Stąd wynika, że w odebrnym sygnale nie wystąpił sygnał bezpośredni. Wartości parametru m , obliczone z definicji (wzór 4.2), są zbliżone do wielkości obliczonych na podstawie estymatorów określonych zależnościami (6–9) oraz do wartości uzyskanej z wykorzystaniem funkcji *Fitdist*. Nieco różniącą się wartość estymatora, uzyskana na podstawie zależności (6), wynika z wykorzystania aproksymacji funkcji psi Eulera jedynie pierwszego rzędu. Obliczone wartości parametru Ω rozkładu Nakagamiego oraz parametrów rozkładu Rice'a uzyskane z wykorzystaniem funkcji *Fitdist* oraz procedur numerycznych są również zbliżone.

W przyszłości wskazane byłoby wykonanie pomiarów z usytuowaniem anteny odbiorczej w zdecydowanie większej odległości od anteny nadawczej oraz dla odbiornika ruchomego, co jednak ze względów proceduralnych oraz ekonomicznych jest dosyć skomplikowane.

LITERATURA

- Abdi, A., Kavesh, M., 2000, *Performance Comparison of Three Different Estimator for the Nakagami-m Parameter Using Monte Carlo Simulation*, Communications Letters, IEEE, vol. 4, s. 119–1121.
- Cheng, J., Beaulieu, N., 2001, *Maximum-likelihood Based Estimation of the Nakagami-m Parameter*, Communications Letters, IEEE, vol. 5, no. 3, s. 101–103.
- Matlab – the Language of Technical Computing, version R2012a.*
- Noga, K.M., Studański, R., 2016, *Estimation of Nakagami distribution parameters in describing a fading radio-communication channel*, Scientific Journal of Polish Naval Academy, no. 1(204), s. 69–81, Gdynia.
- Studański, R., Noga, K.M., 2016, *Wyznaczanie rozkładu obwiedni sygnału transmitowanego w warunkach statycznych*, „Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne”, nr 8–9, s. 995–999.
- Wang, N., Song, X., Cheng, J., 2012, *Generalized Method of Moments Estimation of the Nakagami-m Fading Parameter*, IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 11, no 9, s. 3316–3325.
- Wojnar, A., 1988, *Teoria sygnałów*, WNT, Warszawa.